4. Growth accounting

**Notas preliminares:**

**Começar por recordar as ideias-base da contabilidade do crescimento: se admitirmos que a função de produção agregada Cobb-Douglas é uma boa descrição da economia, então, aplicando as regras das taxas de crescimento, podemos passar da função de produção para a relação entre as taxas de crescimento. Algumas regras das taxas de crescimento:**

**r(a.b) = r(a) + r(b) [A taxa de crescimento do produto de duas variáveis é igual à soma das taxas de crescimento de cada uma delas]**

**r(a/b) = r(a) – r(b) [Taxa de crescimento do rácio é igual à diferença das taxas de crescimento. Resulta diretamente da anterior.**

**r(k) = 0 [A taxa de crescimento de uma constante é igual a zero.]**

**r(ab) = b.r(a) [A taxa de crescimento de uma potência é igual ao expoente vezes a taxa de crescimento da base.]**

**Aplicando estas várias regras a uma função de tipo Cobb-Douglas, temos:**

 **Y = A.Kα.L1-α ⬄**

**r(Y) = r(A) + α.r(K) + (1-α).r(L)**

**, em que A designa eventualmente a tecnologia, ou eventualmente, de modo mais amplo, a Produtividade Total dos Fatores (efeito conjunto de todas as outras variáveis que não K e L que determinam o nível de Y). Vale a pena gastar algum tempo a discutir esta noção abstrata de TFP e até que ponto representa a tecnologia e/ou outras coisas (instituições etc – fazendo a ponte com o debate da aula anterior).**

**No mundo real, partimos do facto de que conhecemos as séries do PIB (Y) e a evolução da população (L). Também é relativamente fácil (ainda que mais indireto, falível e teoricamente discutível) estimar a evolução de K através das estatísticas do investimento (FBCF). Para se proceder às decomposições da contabilidade do crescimento na prática, precisamos de conhecer ainda o valor de α (e logicamente 1-α), para ficarmos apenas com uma incógnita na equação, r(A). Esse passo é muitas vezes dado com recurso a uma hipótese neoclássica (e obviamente também discutível): que os fatores de produção são remunerados de acordo com a sua produtividade, pelo que se admite que α é igual à parte dos rendimentos do capital na repartição funcional do rendimento e 1- α à parte dos rendimentos do trabalho.**

**Admitindo tudo isto, pode-se então decompor o crescimento do produto no ano ou período x na parte que se deveu à acumulação de capital físico, a parte que se deveu ao crescimento da população empregada e a parte (calculada como resíduo) que se deveu à variação da PTF.**

**Os exercícios numéricos desta aula têm uma lógica sempre semelhante: partir da função de produção, reescrevê-la como relação entre taxas, substituir as variáveis pelos respetivos valores nos casos em que estes são conhecidos ou podem ser obtidos indiretamente; resolver em ordem à incógnita solicitada.**

**4.1** Consider an economy whose production function is given by: Y = A.K0.7.L0.3. If, in 2022, this economy’s GDP (Y) grew by 1.2%, the physical capital stock (K) grew by 0.8% and the labour force (L) grew by 0.5%, calculate by how much Total Factor Productivity (A) grew in 2022.

**Resposta:**

**r(Y) = r(A) + 0.7.r(K) + 0.3.r(L)**

**0.012 = r( A) + 0.7\*0.008 + 0.3\*0.005**

**r(A) = 0.012 – 0.0056 – 0.0015 = 0.0049 = 0.49%**

**4.2** Consider an economy whose production function is as follows: Y = A.K0.6.(h.L)0.4 , and whose GDP in 2022 amounted to 50 Billion monetary units. Assuming that, in the period 2022-2042, the average annual growth rates of TFP (A), the physical capital stock (K), the average stock of human capital per worker (h) and the labour force (L) will respectively be 2%, 1.5%, 1% and 0.5%, calculate the level of GDP of this economy in 2042.

**Nota: neste segundo exercício, a função de produção complica-se um pouco com a introdução de um termo h, que designa o capital humano por trabalhador (podem discutir essa noção com a turma). h.L será, assim, o “capital humano” em termos mais amplos, designando a força de trabalho ponderada pelo respetivo nível de qualificações e competências. A partir do momento que que temos essa nova variável na função de produção agregada, a expressão da mesma sob a forma de relação entre taxas altera-se um pouco, mas a lógica é exatamente a mesma. A incógnita é aqui r(Y) – uma vez calculada esta taxa de crescimento (que é anual, como todas as outras a partir das quais foi calculada), calculamos o valor do produto em 2042 com recurso à expressão da taxa de crescimento (pode ser a discreta ou a contínua, uma vez que não é dito se estas taxas são discretas ou contínuas).**

**Resposta:**

**r(Y) = r(A) + 0,6.r(K) + 0,4.r(h) + 0,4.r(L)**

**r(Y) = 0,02 + 0,6\*0,015 + 0,4\*0,01 + 0,4\*0,005 = 0,035 = 3,5%**

**Y(2042) = Y(2022)\*1,035^20**

**Y(2042) = 50\*1,035^20**

**Y(2042) = 99,5 mil milhões de u.m.**

**4.3** Suppose that output, Y, in an economy is produced by combining physical capital, K, with skilled labour, h.L, according to a constant-returns *Cobb-Douglas* production function with disembodied technical progress:

Y(t) = A(t).K(t)0.4.[h(t).L(t)] 0.6

where K is the stock of physical capital, L is the labour force and h is the average human capital per worker. In the last 20 years the labour force grew at an annual rate of 0.6%, the average human capital per worker grew at an annual rate of 1% and the stock of physical capital grew at an annual rate of 2.5%. Assume that the annual growth rate of GDP was 3% in the last 20 years. Calculate the average annual growth rate of the total factor productivity, r(A), in this period.

**Nota: O progresso técnico não incorporado, “disembodied”, é uma das formas de especificar a função de produção e o lugar da TFP nessa função. E alternativa, a TFP poderia ser incorporada no capital (caso em que surgiria a multiplicar por K sujeita ao expoente 0.4) ou incorporada no trabalho/capital humano (estaria sujeita ao expoente 0,6). Na prática, nos nossos exercícios o progresso técnico é sempre não incorporado.**

**Resposta:**

**r(Y)=r(A)+0,4\*r(K)+0.6r(h)+0.6r(L)**

**0.03=r(A)+0.4\*0.025+0.6\*0,01+0.6\*0.006**

**r(A)=0.03-0.4\*0.025-0.6\*0.01-0.6\*0.006**

**r(A)=1.04%**

**4.4** Suppose an economy with a Cobb-Douglas aggregate production function with disembodied technical progress, with elasticities of output relative to physical capital equal to 0.3 and to the human capital equal to 0.7. Calculate the average annual growth rate of the labour productivity, assuming that the total factor productivity (TFP) has grown at an annual average rate of 1%, the average human capital per worker has grown at an annual average rate of 0.5% and the stock of physical capital per worker has grown at an annual average rate of 2%.

**Este é o exercício mais difícil dos quatro. Em primeiro lugar, a pergunta é feita em termos da taxa de crescimento da produtividade média do trabalho, r(Y/L) e não r(Y) como nalgumas das questões anteriores. Por outro lado, parece que temos informação em falta: não temos informação que permita calcular r(L); e não nos é dado r(K), apenas r(K/L). Substituindo tudo isto na expressão, porém, percebemos que umas coisas cortam com as outras (em virtude de estarmos a trabalhar com uma função de Cobb-Douglas, cujos expoentes totalizam 1), pelo que mesmo sem nunca conseguirmos determinar r(L) ou r(Y), conseguimos calcular r(Y/L) – ver resolução em baixo.**

**Resposta:**

**Y = A.K0.3.(h.L)0.7**

**r(Y) = r(A)+0.3.r(K)+0.7.r(h)+0.7.r(L)**

**r(A)=0.01**

**r(h)=0.005**

**r(K/L) = r(K) – r(L) = 0.02 [recordando as propriedades das taxas de crescimento, nomeadamente a taxa de crescimento do rácio]**

**r(Y/L) = r(Y)-r(L) [pela mesma ordem de ideias]**

**Assim,**

**r(Y/L) = r(Y)-r(L)**

**= r(A) + 0.3.r(K) + 0.7.r(h) + 0.7.r(L) - r(L)**

**= r(A) + 0.3.r(K) + 0.7.r(h) - 0.3.r(L)**

**= r(A) + 0.7.r(h) + 0.3[r(K) - r(L)]**

**= r(A) + 0.7.r(h) + 0.3.r(K/L)**

**= 0.01+0.7\*0.005+0.3\*0.02 = 0.0195 = 1.95%**